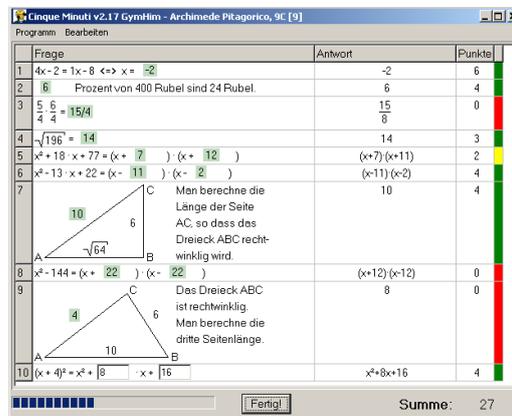
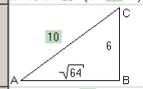
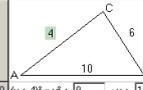


Mathethür

Kopfübungen ^{22.04.17} ^{14.5} ^{14.8} ^{120:13} und Basiswissen 

5



Frage	Antwort	Punkte
1 $4x - 2 = 1x - 8 \Leftrightarrow x =$	-2	6
2 6 Prozent von 400 Rubel sind 24 Rubel	6	4
3 $\frac{5}{4} \cdot \frac{6}{4} =$	$\frac{15}{8}$	0
4 $\sqrt{196} =$	14	3
5 $x^2 + 19 \cdot x + 77 = (x + 7) \cdot (x + 12)$	$(x+7)(x+11)$	2
6 $x^2 - 13 \cdot x + 22 = (x - 11) \cdot (x - 2)$	$(x-11)(x-2)$	4
7  Man berechne die Länge der Seite AC, so dass das Dreieck ABC rechtwinklig wird.	10	4
8 $x^2 - 144 = (x + 12) \cdot (x - 12)$	$(x+12)(x-12)$	0
9  Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Man berechne die dritte Seitenlänge.	8	0
10 $(x + 4)^2 = x^2 + 8 \cdot x + 16$	$x^2 + 8x + 16$	4

Summe: 27

Cinque minuti

Bedienungsanleitung und Hinweise



Stand: 24. August 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbemerkungen	1
2	<i>Cinque minuti</i>-Aufgabenblätter	3
3	Start von <i>Cinque minuti</i>	5
4	Erzeugung spezieller Aufgabenblätter	6
5	Erfolgstabelle	6
6	Ausdruck von Aufgabenblättern	7
7	Aufgabenformate	8
7.1	Grundrechenarten	8
7.2	Bruchrechnung	10
7.3	Dreisatzrechnung	11
7.4	Ganzzahlige Arithmetik	11
7.5	Prozentrechnung	12
7.6	Geradengleichungen	12
7.7	Produkte von Summen, binomische Formeln	13
7.8	Systeme linearer Gleichungen	13
7.9	Äquivalenzumformungen, Nullstellen	14
7.10	Rechtwinkliges Dreieck	14
7.11	Quadratische Gleichungen (Satz von Viëta)	15
7.12	Verhältnisgleichungen	15
7.13	Strahlensätze	16
7.14	Wurzelrechnung	17
7.15	Wahrscheinlichkeitsrechnung	19
7.16	Sinus, Kosinus, Tangens	20
7.17	Potenzrechnung	21
7.18	Exponentialfunktion	22
7.19	Allgemeine Sinusfunktion	23
7.20	Potenzfunktionen	24
7.21	Differentialrechnung	26
7.22	Integralrechnung	27
8	Nachbemerkungen	29
8.1	Quellen	29
8.2	Zum Üben	29
8.3	Glossar	29

1 Vorbemerkungen

Täglich fünf Minuten zum Üben mathematischer Grundfertigkeiten nutzen, das ist die Idee, die hinter dem Programm *Cinque minuti* steckt. *Cinque minuti* heißt auf Deutsch „fünf Minuten“.¹ Bei der Entwicklung und dem Einsatz des Programms gehen wir von der Annahme aus, dass eine zwar kurze, aber regelmäßige Inkopfnahme grundlegender mathematischer Zusammenhänge und Rechenvorgänge nachhaltiger als eine nur gelegentliche Übungsstunde ist, wenngleich das eine das andere nicht ausschließt, sondern fruchtbar ergänzen kann. Das ständige und regelmäßige Üben scheint gerade dann angezeigt, wenn die SchülerInnen nur noch zwei Mal in der Woche Mathematikunterricht haben (Doppelstundenmodell).

5 Minuten

Cinque minuti bietet Aufgaben an, die sich sowohl für **Kopfübungen** als auch als Übungen zum **Basiswissen** einsetzen lassen. Als Kopfübungsaufgaben gelten Aufgaben aus dem vergangenen Mathematikunterricht, die man im Kopf ab einem bestimmten Schuljahrgang lösen können sollte. Als Übungsaufgaben zum Basiswissen dienen Aufgaben, die zum Einüben grundlegender Fertigkeiten eines bestimmten Unterrichtsthemas gehören.

Kopfübungen

Basiswissen

Cinque minuti passt sich bei den Kopfübungen in seiner Aufgabenauswahl den Ergebnissen an, die man in den vorhergehenden Übungen erzielt hat. Wer beispielsweise in der Prozentrechnung bereits gut ist, bekommt mehr Aufgaben aus anderen Gebieten zugewiesen, in denen man bisher weniger stark war. So wird jeder Benutzer in anderer, persönlicher Weise gefördert. Dennoch besteht für den Anwender die Möglichkeit, sein bisheriges Erfolgsprotokoll zu löschen und von vorne zu beginnen.

individuelle
Förderung

Sollte man mit den Kopfübungen oder Übungen zum Basiswissen allein nicht zurecht kommen, so wird man auf Einhilfen durch Klassenkameraden, Lehrer oder durch **Nachlernmaterial** angewiesen sein. Nachlernmaterial findet sich im Schulbuch, in Bibliotheken, im Buchhandel oder im WWW.

Nachlernmaterial



„ΠΑΝΤΕΣ
ΑΝΘΡΩΠΟΙ
ΦΥΣΕΙ ΤΟΥΤ
ΕΙΔΕΝΑΙ
ΟΡΕΓΟΝΤΑΙ“
(Aristoteles,
384 — 322 v.
Chr.)

Abbildung 1: Peter Thulke: „Ich will Model werden!“

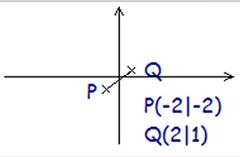
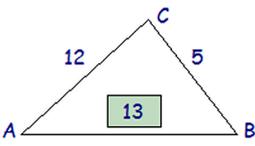
¹Der Name des Programms ist in Italienisch, weil es 2009 auf einer Studienfahrt der 12. Klassen des Gymnasiums Himmelsthür nach Venedig entstand.

eigenverantwortliches Arbeiten	<p>Von den SchülerInnen, denen das Üben mit <i>Cinque minuti</i> beispielsweise als ständige Hausaufgabe nahegelegt wird, ist zu erwarten, dass sie für ihr Lernen selbst Verantwortung übernehmen. Das bedeutet unter anderem, dass sie sich nicht achselzuckend mit Feststellungen wie „Die Bruchrechenaufgaben kann ich sowieso nicht.“ begnügen und diese stets überspringen. Das Kokettieren mit dem eigenen mathematischen Unvermögen und der fehlende Wille, Lücken im persönlichen Wissen und Können zu schließen, ist lästiger Begleiter des Unterrichtsalltags. Es sind zuvorderst die LehrerInnen, die dieses Verhalten zu ändern suchen, sei es durch Fördern oder durch Fordern. Aber auch seitens eines Programms wie <i>Cinque minuti</i> lassen sich kleine Anreize geben, indem der Lernerfolg sichtbar farbig angezeigt wird und erreichte Punktzahlen den Erfolg belegen. Die Praxis zeigt, dass die Aufnahme eines Aufgabenblatts von <i>Cinque minuti</i> in den hilfsmittelfreien Teil einer Klassenarbeit den Übungserfolg erhöht und nach einiger Zeit von SchülerInnen sogar eingefordert wird, da sie diesen Teil der schriftlichen Arbeit als einen empfinden, auf den sie sich gut vorbereiten können. Aufgabenblätter von <i>Cinque minuti</i> lassen sich zu diesem Zweck ausdrucken und vervielfältigen.</p>
farbiger Streifen	<p>Während die SchülerInnen in einer Unterrichtsstunde an ihren Cinque minuti-Aufgabenblättern arbeiten, bietet sich für den Unterrichtenden die Gelegenheit zum Einhelpen in Einzelfällen. Der farbige Streifen am rechten Rand des Aufgabenfensters von Cinque minuti gibt Auskunft, bei wem und bei welcher Aufgabenart Unterstützung nötig scheint. Da die Aufgabenblätter zufallsgeneriert sind, liegen allen SchülerInnen verschiedene Aufgaben vor, so dass die Lösungen nicht durch Abschreiben gewonnen werden können. Selbstverständlich ist es gelegentlich sinnvoll, einige SchülerInnen gemeinsam ein Aufgabenblatt bearbeiten zu lassen. Ferner erwies es sich als hilfreich, wenn SchülerInnen hin und wieder ein Aufgabenblatt sichtbar für alle an der interaktiven Tafel lösen.</p>
differenzierte Ausgangsniveausicherung	<p>Im Projekt <i>MABIKOM</i> werden regelmäßige (vermischte) Kopfübungen zur differenzierten Ausgangsniveausicherung eingesetzt, was als eines der drei didaktischen Kernelemente zur Binnendifferenzierung angesehen wird (vgl. [Bruder 2014], S. 7).</p>
ritualisierte Lerngelegenheit	<p><i>CALiMERO</i> beschreibt vermischte Kopfübungen als ritualisierte Lerngelegenheit für das Wachhalten von mathematischem Grundwissen. Auch in diesem Sinne lässt sich <i>Cinque minuti</i> einsetzen, indem man den SchülerInnen beispielsweise stets zu Stundenbeginn oder -ende ein Aufgabenblatt anbietet, wahlweise projiziert auf die Leinwand, verteilt auf Papier oder dargestellt an der interaktiven Tafel.</p>
wandernde Aufgabenplätze	<p>Es wird bei Kopfübungsangeboten gelegentlich Wert darauf gelegt, dass die SchülerInnen einen bestimmten Aufgabentyp immer an einer festen Stelle auf ihrem Aufgabenblatt vorfinden. Diesem Wunsch kommt <i>Cinque minuti</i> bewusst nicht entgegen. Von den SchülerInnen wird erwartet, dass sie die Aufgabenart jeweils erkennen und dabei keine Hilfestellung erhalten.</p>

2 *Cinque minuti*-Aufgabenblätter

Ein Aufgabenblatt von *Cinque minuti* besteht für gewöhnlich aus zehn Aufgaben, die links in der Spalte 'Frage' aufgelistet werden. Eine oder mehrere hellgrün eingefärbte Lücken verlangen nach Eingabe der Lösungen. Klickt man auf eine solche hellgrüne Lücke, wird aus dieser ein Eingabefeld, in das man die Lösung einträgt.

zehn Aufgaben

Frage	Antwort	Punkte
1 $3x + 3 = -3x + 21$ gilt genau dann, wenn $x =$ <input type="text" value="3"/>		
2 Man berechne den Abstand vom Punkt P zum Punkt Q. Der Abstand beträgt: <input type="text" value="5"/> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> $P(-2 -2)$ $Q(2 1)$ </div>  </div>		
3 $\frac{4}{5} + \frac{4}{3} =$ <input type="text" value="1"/>		
4 $x^2 - 400 = (x + \text{}) \cdot (x - \text{})$		
5  Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Man berechne die dritte Seitenlänge.		
6 $x^2 - 16 \cdot x = 0$ gilt genau dann, wenn $x =$ <input type="text" value="0"/> oder $x =$ <input type="text" value="16"/>		
7 $x^2 - 30x + 225 = (x - \text{})^2$		
8 $x^2 + 27 \cdot x = 0$ gilt genau dann, wenn $x =$ <input type="text" value="0"/> oder $x =$ <input type="text" value="-27"/>		
9 $4^3 =$ <input type="text" value="64"/>		
10 $\sqrt{121} =$ <input type="text" value="11"/>		

Summe: 0

Abbildung 2: Aufgabenblatt von *Cinque minuti* mit zehn Aufgaben

Ist man mit der Eingabe der Lösungen fertig, klickt man unten auf die Schaltfläche 'Fertig!' und erhält zum Vergleich mit den eigenen Lösungen anschließend alle richtigen Lösungen in der Spalte 'Antwort' ausgegeben. In der Spalte 'Punkte' wird angezeigt, wie schwierig die Aufgabe war und in einer letzten Spalte wird farblich markiert, ob die eigenen Antworten richtig (grün), falsch (rot) oder zum Teil richtig (gelb) sind.

Lösungen

Punkte und farbige

Markierungen

Restzeit

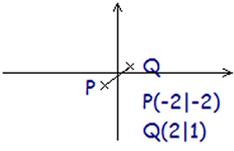
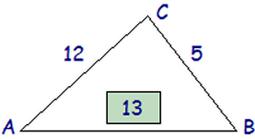
Links unten zeigt ein Balken an, wie viel Zeit zur Beantwortung der Fragen noch bleibt. Ist die Zeit abgelaufen, werden die bis dahin eingegebenen Antworten ausgewertet.

Das Aufgabenfenster lässt sich durch Ziehen mit der Maus am Fensterrand auf die gewünschte Größe bringen. Sollte das Fenster zu klein für die Darstellung aller zehn Aufgaben sein, taucht rechts ein vertikaler Scrollbalken auf, mit dem sich alle Aufgaben erreichen lassen.

Fenstergröße

Sollte eine Spalte des Aufgabenblatts zu schmal sein, lässt sich die Spaltenbreite mit der Maus verändern, indem man mit der linken Maustaste in der

Spaltenbreite

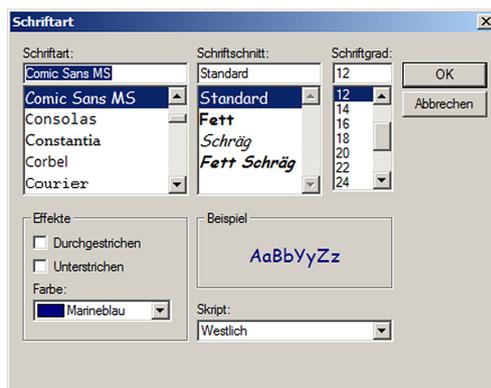
Frage	Antwort	Punkte
1 $3x + 3 = -3x + 21$ gilt genau dann, wenn $x =$ <input type="text" value="3"/>	3	6
2 Man berechne den Abstand vom Punkt P zum Punkt Q. Der Abstand beträgt: <input type="text" value="5"/> 	5	5
3 $\frac{4}{5} + \frac{4}{3} =$ <input type="text" value="1"/>	$\frac{32}{15}$	0
4 $x^2 - 400 = (x +$ <input type="text" value="20"/> $) \cdot (x -$ <input type="text" value="1"/> $)$	$(x+20) \cdot (x-20)$	2
5  Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Man berechne die dritte Seitenlänge.	13	4
6 $x^2 - 16 \cdot x = 0$ gilt genau dann, wenn $x =$ <input type="text" value="0"/> oder $x =$ <input type="text" value="16"/>	$x=0$ oder $x=16$	3
7 $x^2 - 30x + 225 = (x -$ <input type="text" value="15"/> $)^2$	$(x-15)^2$	4
8 $x^2 + 27 \cdot x = 0$ gilt genau dann, wenn $x =$ <input type="text" value="1"/> oder $x =$ <input type="text" value="-27"/>	$x=0$ oder $x=-27$	1
9 $4^3 =$ <input type="text" value="64"/>	64	3
10 $\sqrt{121} =$ <input type="text" value="11"/>	11	3

Summe: 81

Abbildung 3: Lösungen zu den gestellten Aufgaben

Schrift ändern

Frage-Antwort-Punkte-Zeile auf den betreffenden Spalt klickt und diesen bei gedrückter Maustaste verschiebt.



Möchte man die Schriftgröße, die Schriftfarbe oder den Schriftart verändern, wählt man im Hauptmenü den Menüpunkt **Einstellungen - Schrift** und stellt sich im angezeigten Dialogfenster alles wie gewünscht ein. Die Auswahl von **Script** ist ohne Funktion, alle anderen Auswahlen werden nach Anklicken von „OK“ auf dem aktuellen Aufgabenblatt sofort wirksam.

3 Start von *Cinque minuti*

Das Programm *Cinque minuti* wird durch Anklicken des Bildsymbols  Start mit  mit der Maus gestartet oder durch Anklicken der Datei `cinqueminuti.exe`.



Abbildung 4: Persönliche Einstellungen und Auswahl der Übungen

Beim ersten Start von *Cinque minuti* wird man nach Namen, Klasse und Schule gefragt, damit das Programm zwischen mehreren verschiedenen Benutzern unterscheiden kann, falls mehrere Benutzer das Programm auf dem gleichen Rechner benutzen. Die Abbildung 4 zeigt das Dialogfenster mit den drei Eingabefeldern für diese drei Angaben im oberen Teil.

persönliche
Einstellungen

Darunter stellt man ein, ob man Kopfübungen, Übungen zum Basiswissen oder ein spezielles Aufgabenblatt bearbeiten möchte. Zu diesem Zweck wählt man durch Anklicken des kleinen Pfeils rechts neben der jeweiligen Auswahlbox entweder den gewünschten Jahrgang (hellgelbes Feld für die Kopfübungen) oder das gewünschte Unterrichtsthema (hellgrünes Feld für Übungen zum Basiswissen) oder das gewünschte spezielle Aufgabenblatt (hellblaues Feld) aus.

Kopfübungen,
Basis- oder
Spezialwissen?

Im letzten Eingabefeld der Dialogbox gibt man die Zeitdauer ein, in der man ein Aufgabenblatt bearbeiten möchte. Der Name *Cinque minuti* verrät, dass man sich eigentlich 300 Sekunden Zeit nehmen sollte, aber man kann sich die Zeit auch kleiner oder größer einstellen.

Zeitdauer

Wünscht man sich, dass *Cinque minuti* alle bisherigen Ergebnisse der Übungen löscht, setzt man mit der Maus ein Häkchen in die Checkbox am Ende

des Dialogfensters. Das hat zur Folge, dass *Cinque minuti* nicht mehr diejenigen Aufgabenarten bevorzugt auswählt, in denen man bisher weniger erfolgreich war.

Benutzer- und
Aufgabenwech-
sel

Alle genannten Einstellungen lassen sich jederzeit über den Menüpunkt **Bearbeiten - Benutzer** oder die Tastenkombination **Strg-B** ändern.

4 Erzeugung spezieller Aufgabenblätter

Aufgabenarten
wählen

Zur Einübung ausgewählter Aufgaben erzeugt man über den Menüpunkt **Bearbeiten - Aufgabenblatt** ein Aufgabenblatt mit seinen Wünschen. Dazu werden in der hellgrün angezeigten Liste alle verfügbaren Aufgabenarten angezeigt. Die gewünschte Aufgabenart klickt man an und betätigt anschließend den Button „>>“, so dass die Aufgabenart in die weiß angezeigte Liste übernommen wird. Zum Löschen einer Aufgabenart aus der weißen Liste, klickt man diese und dann den Button „<<“ an. Die weiße Liste umfasst zuletzt alle Aufgabenarten für das abzuspeichernde Aufgabenblatt, dessen Namen man rechts oben in die Eingabezeile einträgt und dann „OK“ betätigt.

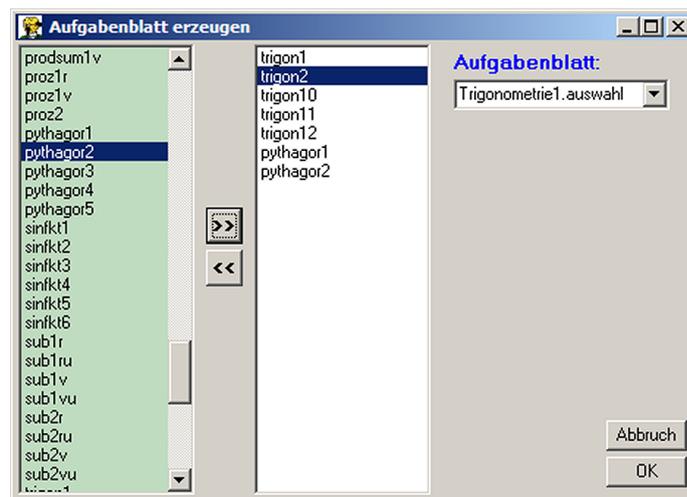


Abbildung 5: Besonderes Aufgabenblatt zusammenstellen

Möchte man ein Aufgabenblatt später ändern, findet man es nach Anklicken des Pfeils rechts von der Eingabezeile gegebenenfalls in der auftauchenden Drop-Down-Liste wieder.

5 Erfolgstabelle

Übungserfolg

Um den bisher erreichten Übungserfolg nachlesen zu können, lässt sich dieser tabellarisch anzeigen. Dazu dient der Menüpunkt **Bearbeiten - Auswerten**. Es erscheint dann eine Übersicht wie nachstehend abgebildet. In der ersten Spalte steht die Aufgabenart, zum Beispiel „pythagor2“. Die Beschreibung aller Aufgabenarten befindet sich in Kapitel 7. In der zweiten Spalte gibt

eine Zahl über den Erfolg des Übenden bezüglich dieser Aufgabenart Auskunft, hier steht beispielsweise für „pythagor2“ der Wert 1,848. Je größer der Wert ist, desto erfolgreicher wurde diese Aufgabenart bisher gelöst. Daran schließen sich die Spalten an, die den Erfolg zu den einzelnen Aufgabenblättern auflisten.

Art	Erfolg	1	2	3	4	5	6	7	8	9
binform3v	0,905								1,0	
binform3r	0,000									
pythagor1	2,391		0,7	1,0	1,0				1,0	
pythagor2	1,848	0,3	0,7	1,0				1,0		
pythagor3	0,000									
pythagor4	1,905								1,0	1,0
pythagor5	0,000									
lingleich1	1,670					1,0				1,0
lingleich2	1,411					1,0	1,0			
lingleich3	0,670					1,0				
lingleich4	0,000									
wurzel1v	0,741							1,0		
wurzel1r	1,411					1,0	1,0			
wurzel2v	0,741							1,0		
wurzel2r	0,000									
aequiv1	0,000									
aequiv2	0,000									
aequiv3	0,741							1,0	0,0	
aequiv4	1,819								1,0	1,0
aequiv5	1,560							1,0	1,0	
Punkte		29	30	34	39	38	30	28	37	33
Zeit		99	77	117	163	89	87	173	123	96

Abbildung 6: Ergebnisübersicht

Der Übende, zu dem die Ergebnisübersicht aus Abbildung 6 gehört, hat also bisher 9 Aufgabenblätter bearbeitet. Die Aufgaben der Art „pythagor2“ wurden anfangs noch mangelhaft (0,3), und zuletzt sehr gut (1,0) gelöst. Von nun an werden sie also seltener gestellt werden.

Damit Aufgaben, die recht erfolgreich bearbeitet wurden, zukünftig dennoch gelegentlich gestellt werden, wird bei der Bewertung des Erfolgs berücksichtigt, wie lange die erfolgreiche Bearbeitung schon zurückliegt. Der also sinkende Erfolgswert macht die Auswahl einer Aufgabe solcher Art dann wieder wahrscheinlicher.

6 Ausdruck von Aufgabenblättern

Über die Menüpunkte **Programm - Drucker einrichten** und **Programm - Drucken** wird das aktuell angezeigte *Cinque minuti*-Aufgabenblatt samt Lösungen in der aktuellen Schrift ausgedruckt. Blätter drucken

7 Aufgabenformate

Folgende Arten an Übungsaufgaben werden von *Cinque minuti* in Abhängigkeit von dem vorangegangenen Übungsverlauf² zufällig erzeugt. In der Spalte 'Name' ist eine abkürzende Bezeichnung der Aufgabenart, in der Spalte 'Jahr' ist der Schuljahrgang angegeben, in dem die jeweilige Fertigkeit in der Regel erworben wird.

7.1 Grundrechenarten

Bei der Zusammenstellung der Aufgabenarten wurde darauf Wert gelegt, dass möglichst jeder Ausgabentyp auch in umgekehrter oder umgestellter Form vorhanden ist.

Addition

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
add1v	1	Addieren im Zahlenraum von 0 bis 20	$4 + 7 = \blacksquare$
add1r	1	Addieren im Zahlenraum von 0 bis 20, Umkehrung	$16 = 9 + \blacksquare$
add1vu	1	Addieren im Zahlenraum von 0 bis 20, umgekehrt notiert	$\blacksquare = 5 + 11$
add1ru	1	Addieren im Zahlenraum von 0 bis 20, Umkehrung, umgekehrt notiert	$\blacksquare + 2 = 20$
add2v	2	Addieren im Zahlenraum von 0 bis 100	$29 + 12 = \blacksquare$
add2r	2	Addieren im Zahlenraum von 0 bis 100, Umkehrung	$43 = 36 + \blacksquare$
add2vu	2	Addieren im Zahlenraum von 0 bis 100, umgekehrt notiert	$\blacksquare = 18 + 53$
add2ru	2	Addieren im Zahlenraum von 0 bis 100, Umkehrung, umgekehrt notiert	$\blacksquare + 24 = 60$

Subtraktion

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
sub1v	1	Subtrahieren im Zahlenraum von 0 bis 20	$13 - 9 = \blacksquare$
sub1r	1	Subtrahieren im Zahlenraum von 0 bis 20, Umkehrung	$12 = 15 - \blacksquare$
sub1vu	1	Subtrahieren im Zahlenraum von 0 bis 20, umgekehrt notiert	$\blacksquare = 86 - 14$
sub1ru	1	Subtrahieren im Zahlenraum von 0 bis 20, Umkehrung, umgekehrt notiert	$18 - \blacksquare = 13$

²Die bevorzugte Auswahl von Aufgaben, die der/die SchülerIn bisher noch nicht so gut konnte, erfolgt nur bei Kopfübungen, nicht bei Übungen zum Basiswissen.

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
sub2v	2	Subtrahieren im Zahlenraum von 0 bis 100	$86 - 14 = \blacksquare$
sub2r	2	Subtrahieren im Zahlenraum von 0 bis 100, Umkehrung	$43 = 67 - \blacksquare$
sub2vu	2	Subtrahieren im Zahlenraum von 0 bis 100, umgekehrt notiert	$\blacksquare = 71 - 25$
sub2ru	2	Subtrahieren im Zahlenraum von 0 bis 100, Umkehrung, umgekehrt notiert	$\blacksquare - 11 = 70$

Multiplikation

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
mult1v	2	Multiplizieren im Zahlenraum von 1 bis 100, „Kleines Einmal-eins“	$3 \cdot 8 = \blacksquare$
mult1r	2	Multiplizieren im Zahlenraum von 1 bis 100, Umkehrung	$56 = 7 \cdot \blacksquare$
mult1vu	2	Multiplizieren im Zahlenraum von 1 bis 100, umgekehrt notiert	$\blacksquare = 3 \cdot 7$
mult1ru	2	Multiplizieren im Zahlenraum von 1 bis 100, Umkehrung, umgekehrt notiert	$6 \cdot \blacksquare = 54$
mult2v	3	Multiplizieren im Zahlenraum von 1 bis 225	$8 \cdot 14 = \blacksquare$
mult2r	3	Multiplizieren im Zahlenraum von 1 bis 225, Umkehrung	$132 = 12 \cdot \blacksquare$
mult2vu	3	Multiplizieren im Zahlenraum von 1 bis 225, umgekehrt notiert	$\blacksquare = 13 \cdot 11$
mult2ru	3	Multiplizieren im Zahlenraum von 1 bis 225, Umkehrung, umgekehrt notiert	$\blacksquare \cdot 9 = 108$

Division

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
div1v	2	Dividieren im Zahlenraum von 1 bis 100 ohne Rest	$24 : 8 = \blacksquare$
div1r	2	Dividieren im Zahlenraum von 1 bis 100 ohne Rest, Umkehrung	$7 = 42 : \blacksquare$
div1vu	2	Dividieren im Zahlenraum von 1 bis 100 ohne Rest, umgekehrt notiert	$\blacksquare = 32 : 4$
div1ru	2	Dividieren im Zahlenraum von 1 bis 100 ohne Rest, Umkehrung, umgekehrt notiert	$45 : \blacksquare = 5$

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
div2v	3	Dividieren im Zahlenraum von 1 bis 225 ohne Rest	$156 : 12 = \blacksquare$
div2r	4	Dividieren im Zahlenraum von 1 bis 225 ohne Rest, Umkehrung	$9 = 135 : \blacksquare$
div2v	3	Dividieren im Zahlenraum von 1 bis 225 ohne Rest, umgekehrt notiert	$\blacksquare = 121 : 11$
div2r	4	Dividieren im Zahlenraum von 1 bis 225 ohne Rest, Umkehrung, umgekehrt notiert	$\blacksquare : 9 = 14$

7.2 Bruchrechnung

Bei den Aufgaben zur Bruchrechnung dürfen die Antworten auch als ungekürzte Brüche oder als Dezimalbrüche eingegeben werden. Als Bruchstrich ist bei der Eingabe der Schrägstrich „/“ zu benutzen.

Bruchrechnung

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
bruchadd1v	6	Addieren von Brüchen	$\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \blacksquare$
bruchadd1r	6	Addieren von Brüchen, Umkehrung	$\frac{3}{5} + \blacksquare = \frac{11}{10}$
bruchsub1v	6	Subtrahieren von Brüchen	$\frac{4}{3} - \frac{2}{7} = \blacksquare$
bruchsub1r	6	Subtrahieren von Brüchen, Umkehrung	$\frac{6}{5} - \blacksquare = \frac{12}{35}$
bruchmult1v	6	Multiplizieren von Brüchen	$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \blacksquare$
bruchmult1r	6	Multiplizieren von Brüchen, Umkehrung	$\frac{5}{6} \cdot \blacksquare = \frac{1}{3}$
bruchdiv1v	6	Dividieren von Brüchen	$\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \blacksquare$
bruchdiv1r	6	Dividieren von Brüchen, Umkehrung	$\frac{2}{3} : \blacksquare = \frac{1}{3}$
gembruchv	6	gemischte Brüche	$5\frac{2}{3} = \frac{\blacksquare}{\blacksquare}$
gembruchr	6	gemischte Brüche, Umkehrung	$\frac{14}{3} = \blacksquare\frac{\blacksquare}{3}$

7.3 Dreisatzrechnung

Die Eingaben können als Dezimalbrüche, auf ein Hundertstel genau, oder als Bruchzahlen mit dem Schrägstrich „/“ als Bruchstrich eingegeben werden.

Dreisatzrechnung

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
dreisatz1	7	direkte Proportionalität berechnen	5 Liter kosten 4 Euro, 8 Liter kosten <input type="text"/> Euro.

7.4 Ganzzahlige Arithmetik

Addition

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
ganzzadd1v	7	Addieren im Zahlenraum von -20 bis 20	$(-4) + (+7) = (\text{input})$
ganzzadd1vu	7	Addieren im Zahlenraum von -20 bis 20, umgekehrt notiert	$(\text{input}) = (-4) + (+7)$
ganzzadd1r	7	Addieren im Zahlenraum von -15 bis 15, rückwärts	$(+3) = (-4) + (\text{input})$
ganzzadd1ru	7	Addieren im Zahlenraum von -15 bis 15, rückwärts, umgekehrt notiert	$(\text{input}) + (+3) = (-4)$

Subtraktion

ganzzsub1v	7	Subtrahieren im Zahlenraum von -20 bis 20	$(-4) - (+7) = (\text{input})$
ganzzsub1vu	7	Subtrahieren im Zahlenraum von -20 bis 20, umgekehrt notiert	$(\text{input}) = (-4) - (+7)$
ganzzsub1r	7	Subtrahieren im Zahlenraum von -15 bis 15, rückw.	$(+3) = (-4) - (\text{input})$
ganzzsub1ru	7	Subtrahieren im Zahlenraum von -15 bis 15, rückwärts, umgekehrt notiert	$(+3) - (\text{input}) = (-4)$

Multiplikation

ganzzmult1v	7	Multiplizieren im Zahlenraum von -10 bis 10	$(-4) \cdot (+7) = (\text{input})$
ganzzmult1vu	7	Multiplizieren im Zahlenraum von -10 bis 10, umg.	$(\text{input}) = (-4) \cdot (+7)$
ganzzmult1r	7	Multiplizieren im Zahlenraum von -10 bis 10, rückw.	$(+28) = (-4) \cdot (\text{input})$
ganzzmult1ru	7	Multiplizieren im Zahlenraum von -10 bis 10, rückwärts, umgekehrt notiert	$(\text{input}) \cdot (+4) = (-28)$

Division

ganzzdiv1v	7	Dividieren im Zahlenraum von -10 bis 10	$(-28) : (+7) = (\blacksquare)$
ganzzdiv1vu	7	Dividieren im Zahlenraum von -10 bis 10, umgekehrt	$(\blacksquare) = (-28) : (+7)$
ganzzdiv1r	7	Dividieren im Zahlenraum von -10 bis 10, rückwärts	$(+28) = (-4) : (\blacksquare)$
ganzzdiv1ru	7	Dividieren im Zahlenraum von -10 bis 10, rückwärts, umgekehrt notiert	$(\blacksquare) : (+4) = (-7)$

7.5 Prozentrechnung

Prozentrechnung

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
proz1v	7	einfache Prozentaufgabe lösen	6 Prozent von 400 Euro sind \blacksquare Euro.
proz1r	7	einfache Prozentaufgabe lösen, Umkehrung	\blacksquare Prozent von 300 km sind 21 km.
proz2	7	Prozentsatz berechnen	35 s von 700 s sind \blacksquare Prozent.

7.6 Geradengleichungen

Die Eingaben werden als Bruchzahlen mit dem Schrägstrich „/“ als Bruchstrich oder als Dezimalbrüche, auf ein Hundertstel genau, erwartet.

Geradengleichungen

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
gerade1v	8	Geradengleichung aufstellen, wenn zwei Punkte der Geraden gegeben sind	Die Gleichung von PQ mit $P(1 3)$ und $Q(3 5)$ lautet: $y = \blacksquare \cdot x + \blacksquare$
gerade1r	8	Koordinaten zweier Punkte der Geraden angeben, wenn die Geradengleichung gegeben ist	Auf einer Geraden mit $y = -3 \cdot x + 9$ liegen die Punkte: $P(0 \blacksquare)$, $Q(\blacksquare 1)$

7.7 Produkte von Summen, binomische Formeln

Produkte von
Summen und
Differenzen

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
prodsum1v	8	Produkt von Summen berechnen	$(x+6) \cdot (x+12) = x^2 + \blacksquare \cdot x + \blacksquare$
prodsum1r	8	Produkt von Summen berechnen, Umkehrung	$x^2 + 5 \cdot x + 6 = (x + \blacksquare) \cdot (x + \blacksquare)$
proddiff1v	8	Produkt von Differenzen berechnen	$(x-5) \cdot (x-7) = x^2 - \blacksquare \cdot x + \blacksquare$
proddiff1r	8	Produkt von Differenzen berechnen, Umkehrung	$x^2 - 5 \cdot x + 4 = (x - \blacksquare) \cdot (x - \blacksquare)$

Binomische
Formeln

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
binform1v	8	erste binomische Formel anwenden	$(x + 6)^2 = x^2 + \blacksquare \cdot x + \blacksquare$
binform1r	8	erste binomische Formel anwenden, Umkehrung	$x^2 + 14 \cdot x + 49 = (x + \blacksquare)^2$
binform2v	8	zweite binomische Formel anwenden	$(x - 11)^2 = x^2 + \blacksquare \cdot x + \blacksquare$
binform2r	8	zweite binomische Formel anwenden, Umkehrung	$x^2 - 26 \cdot x + 169 = (x - \blacksquare)^2$
binform3v	8	dritte binomische Formel anwenden	$(x - 8) \cdot (x + 8) = x^2 - \blacksquare$
binform3r	8	dritte binomische Formel anwenden, Umkehrung	$x^2 - 196 = (x + \blacksquare) \cdot (x - \blacksquare)$

7.8 Systeme linearer Gleichungen

lineare
Gleichungen 2x2

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
lingleich1	8	System zweier linearer Gleichungen mit zwei Unbekannten lösen	$x + y = 4$ und $5 \cdot x + y = 16 \Leftrightarrow x = \blacksquare$ und $y = \blacksquare$
lingleich2	8	System zweier linearer Gleichungen mit zwei Unbekannten lösen, Variation	$x + y = 6$ und $x + 5 \cdot y = 18 \Leftrightarrow x = \blacksquare$ und $y = \blacksquare$
lingleich3	8	System zweier linearer Gleichungen mit zwei Unbekannten lösen, Variation	$3 \cdot x + y = 4$ und $x + y = 2 \Leftrightarrow x = \blacksquare$ und $y = \blacksquare$
lingleich4	8	System zweier linearer Gleichungen mit zwei Unbekannten lösen, Variation	$x + 5 \cdot y = 19$ und $x + y = 7 \Leftrightarrow x = \blacksquare$ und $y = \blacksquare$

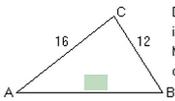
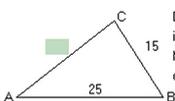
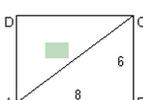
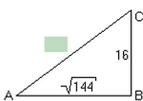
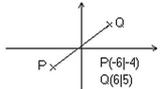
Lösung linearer
und
quadratischer
Gleichungen

7.9 Äquivalenzumformungen, Nullstellen

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
aequiv1	8	Lösung einer linearen Gleichung bestimmen, zwei Umformungen	$-5x + 1 = 6 \Leftrightarrow x =$ ■
aequiv2	8	Lösung einer linearen Gleichung bestimmen, drei Umformungen	$-3x - 4 = 3x - 22 \Leftrightarrow$ $x =$ ■
aequiv3	9	Quadratische Gleichung der Form $x^2 - c = 0$ lösen	$x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow x =$ ■ oder $x =$ ■
aequiv4	9	Quadratische Gleichung der Form $x^2 + px = 0$ lösen	$x^2 + 27x = 0 \Leftrightarrow x =$ ■ oder $x =$ ■
aequiv5	9	Quadratische Gleichung der Form $x^2 - px = 0$ lösen	$x^2 + 27x = 0 \Leftrightarrow x =$ ■ oder $x =$ ■

Satz des
Pythagoras

7.10 Rechtwinkliges Dreieck

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
pythagor1	9	Hypotenusenlänge im rechtwinkligen Dreieck berechnen	 Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Man berechne die dritte Seitenlänge.
pythagor2	9	Kathetenlänge im rechtwinkligen Dreieck berechnen	 Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Man berechne die dritte Seitenlänge.
pythagor3	9	Länge einer Diagonalen berechnen	 Man berechne die Länge der Diagonalen des Rechtecks ABCD.
pythagor4	9	Hypotenusenlänge im rechtwinkligen Dreieck berechnen	 Man berechne die Länge der Seite AC, so dass das Dreieck ABC rechtwinklig wird.
pythagor5	9	Streckenlänge berechnen, wenn Anfangs- und Endpunkt der Strecke gegeben sind	Man berechne den Abstand vom Punkt P zum Punkt Q. Der Abstand beträgt: ■ 

7.11 Quadratische Gleichungen (Satz von Viëta)

Quadratische
Gleichungen

vieta1	9	Quadratische Gleichung mit zwei negativen Nullstellen	$x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \blacksquare$ oder $x = \blacksquare$
vieta2	9	Quadratische Gleichung mit zwei positiven Nullstellen	$x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = \blacksquare$ oder $x = \blacksquare$
vieta3	9	Quadratische Gleichung mit zwei Nullstellen	$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \blacksquare$ oder $x = \blacksquare$

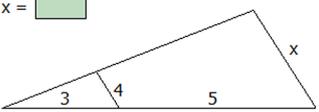
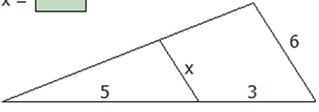
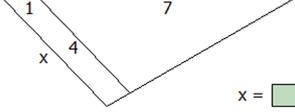
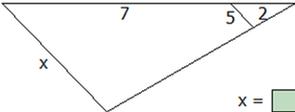
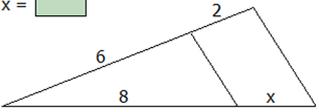
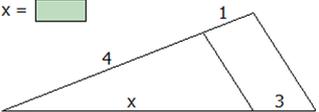
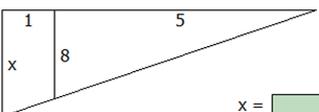
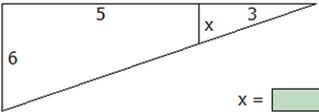
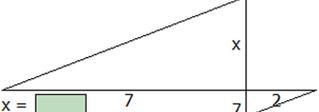
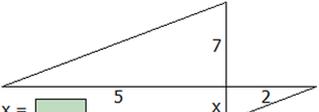
7.12 Verhältnisgleichungen

Verhältnis-
gleichungen

verhgleichung1	9	Bruchgleichung mit x links im Zähler	$\frac{x}{4} = -\frac{7}{5} \Leftrightarrow x = \blacksquare$
verhgleichung2	9	Bruchgleichung mit x links im Nenner	$\frac{-4}{x} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow x = \blacksquare$
verhgleichung3	9	Bruchgleichung mit x rechts im Zähler	$-\frac{5}{4} = \frac{x}{9} \Leftrightarrow x = \blacksquare$
verhgleichung4	9	Bruchgleichung mit x links im Nenner	$\frac{1}{7} = \frac{-3}{x} \Leftrightarrow x = \blacksquare$

Strahlensätze

7.13 Strahlensätze

strahl1	9	$\frac{x}{a} = \frac{8}{3}$	$x = $ <input type="text"/> 
strahl2	9	$\frac{6}{x} = \frac{8}{5}$	$x = $ <input type="text"/> 
strahl3	9	$\frac{x}{4} = \frac{8}{7}$	 $x = $ <input type="text"/>
strahl4	9	$\frac{x}{5} = \frac{9}{2}$	 $x = $ <input type="text"/>
strahl5	9	$\frac{x+8}{8} = \frac{8}{6}$	$x = $ <input type="text"/> 
strahl6	9	$\frac{x+3}{x} = \frac{5}{4}$	$x = $ <input type="text"/> 
strahl7	9	$\frac{x}{8} = \frac{6}{5}$	 $x = $ <input type="text"/>
strahl8	9	$\frac{6}{x} = \frac{8}{3}$	 $x = $ <input type="text"/>
strahl9	9	$\frac{x}{7} = \frac{7}{2}$	$x = $ <input type="text"/> 
strahl10	9	$\frac{7}{x} = \frac{5}{2}$	$x = $ <input type="text"/> 

7.14 Wurzelrechnung

Quadratwurzeln

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
wurzel1v	9	Quadratwurzel berechnen (ganzzahliges Ergebnis)	$\sqrt{121} = \blacksquare$
wurzel1r	9	Quadratwurzel berechnen, Umkehrung	$\sqrt{\blacksquare} = 17$

Kubikwurzeln

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
wurzel2v	9	Kubikwurzel berechnen (positives, ganzzahliges Ergebnis)	$\sqrt[3]{81} = \blacksquare$
wurzel2r	9	Kubikwurzel berechnen (positives, ganzzahliges Ergebnis), Umkehrung	$\sqrt[3]{\blacksquare} = 2$

Teilweises Radizieren

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
wurzel3v	9	Faktorisieren des Radikanden	$\sqrt{32} = \blacksquare \cdot \sqrt{\blacksquare}$
wurzel3r	9	Vorfaktor unter die Wurzel bringen	$2 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{\blacksquare}$

kleine Radikanden

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
wurzel4v	9	Wurzel aus einem Radikanden kleiner als 1 berechnen	$\sqrt{0,0121} = \blacksquare$
wurzel4r	9	Quadrieren von Zahlen kleiner als 1	$0,017^2 = \blacksquare$

große Radikanden

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
wurzel6v	9	Wurzel aus einem Radikanden größer als 1000 berechnen	$\sqrt{32400} = \blacksquare$
wurzel6r	9	Quadrieren einer Zahl größer als 25	$120^2 = \blacksquare$

Brüche

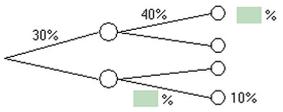
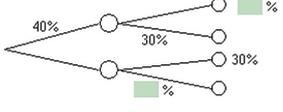
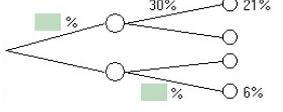
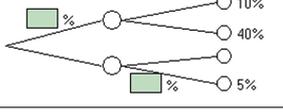
Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
wurzel5v	9	Wurzel aus einem Bruch berechnen	$\sqrt{\frac{144}{81}} = \frac{\square}{\square}$
wurzel5v2	9	Wurzel aus einem Bruch berechnen (Variante 1)	$\sqrt{\frac{144^2}{81}} = \frac{\square}{\square}$
wurzel5v3	9	Wurzel aus einem Bruch berechnen (Variante 2)	$\sqrt{\frac{144}{81^2}} = \frac{\square}{\square}$
wurzel5r	9	Quadrieren eines Bruchs	$\frac{6^2}{13^2} = \frac{\square}{\square}$
wurzel5r2	9	Quadrieren eines Bruchs (Zähler-Variante)	$\frac{6^2}{13} = \frac{\square}{\square}$
wurzel5r3	9	Quadrieren eines Bruchs (Nenner-Variante)	$\frac{6}{13^2} = \frac{\square}{\square}$
wurzel5r4	9	Quadrieren eines Bruchs (Klammer-Variante)	$\left(\frac{6}{13}\right)^2 = \frac{\square}{\square}$

Summen und Differenzen

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
wurzel7s	9	Summen von Wurzeltermen berechnen	$4 \cdot \sqrt{10} + 2 \cdot \sqrt{90} = \square \cdot \sqrt{\square}$
wurzel7s2	9	Summen von Wurzeltermen berechnen (einfachere Variante)	$4 \cdot \sqrt{10} + 2 \cdot \sqrt{10} = \square \cdot \sqrt{\square}$
wurzel7d	9	Differenzen von Wurzeltermen berechnen	$8 \cdot \sqrt{108} - 10 \cdot \sqrt{3} = \square \cdot \sqrt{\square}$
wurzel7d2	9	Differenzen von Wurzeltermen berechnen (einfachere Variante)	$15 \cdot \sqrt{3} - 8 \cdot \sqrt{3} = \square \cdot \sqrt{\square}$

7.15 Wahrscheinlichkeitsrechnung

W'bäume

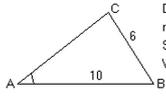
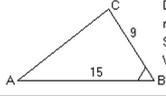
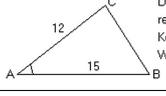
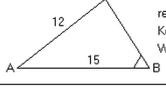
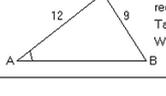
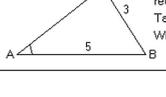
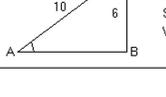
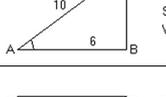
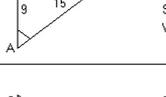
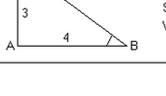
Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
wbaum1	9	fehlende Wahrscheinlichkeiten im Wahrscheinlichkeitsbaum berechnen	
wbaum2	9	fehlende Wahrscheinlichkeiten im Wahrscheinlichkeitsbaum berechnen, Variation	
wbaum3	9	fehlende Wahrscheinlichkeiten im Wahrscheinlichkeitsbaum berechnen, Variation	
wbaum4	9	fehlende Wahrscheinlichkeiten im Wahrscheinlichkeitsbaum berechnen	
wbaum5	9	fehlende Wahrscheinlichkeiten im Wahrscheinlichkeitsbaum berechnen, Variation	

Vierfeldertafeln

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel																
vierfelder1	9	fehlende Wahrscheinlichkeiten in der Vierfeldertafel berechnen	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td>C</td><td>D</td><td></td></tr> <tr><td>A</td><td>25%</td><td>█ %</td><td>50%</td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td>25%</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>█ %</td><td></td><td></td></tr> </table>		C	D		A	25%	█ %	50%	B		25%			█ %		
	C	D																	
A	25%	█ %	50%																
B		25%																	
	█ %																		
vierfelder2	9	fehlende Wahrscheinlichkeiten in der Vierfeldertafel berechnen, Variation	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td>C</td><td>D</td><td></td></tr> <tr><td>A</td><td>█ %</td><td></td><td>█ %</td></tr> <tr><td>B</td><td>25%</td><td>40%</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>60%</td><td></td></tr> </table>		C	D		A	█ %		█ %	B	25%	40%				60%	
	C	D																	
A	█ %		█ %																
B	25%	40%																	
		60%																	
vierfelder3	9	fehlende Wahrscheinlichkeiten in der Vierfeldertafel berechnen, Textaufgabe	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td>J</td><td>nJ</td><td></td></tr> <tr><td>g</td><td>█</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>ng</td><td></td><td>█</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1000</td></tr> </table> <p>60% der Schafe im Stall wurden geimpft (g). Es sind 20% der geimpften und 30% der nicht geimpften Schafe Jungtiere (J). Im Stall befinden sich 1000 Schafe. Trage die beiden gesuchten Werte in die Vierfeldertafel ein.</p>		J	nJ		g	█			ng		█					1000
	J	nJ																	
g	█																		
ng		█																	
			1000																
vierfelder4	9	fehlende Wahrscheinlichkeiten in der Vierfeldertafel berechnen, Textaufgabe, Variation	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td>m</td><td>w</td><td></td></tr> <tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>kB</td><td>█</td><td>█</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>500</td></tr> </table> <p>50% der Schüler einer Schule sind weiblich (w). 40% der männlichen (m) Schüler tragen eine Brille (B) und 20% der Schülerinnen tragen keine Brille (kB). Die Schule besitzt 500 Schüler. Trage die beiden gesuchten Werte in die Vierfeldertafel ein.</p>		m	w		B				kB	█	█					500
	m	w																	
B																			
kB	█	█																	
			500																

Sinus, Kosinus,
Tangens

7.16 Sinus, Kosinus, Tangens

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
trigon1	9	Sinus bestimmen, GK und HYP gegeben	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Sinus des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>
trigon2	9	Sinus bestimmen, AK und HYP gegeben	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Sinus des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>
trigon3	9	Kosinus bestimmen, AK und HYP gegeben	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Kosinus des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>
trigon4	9	Kosinus bestimmen, GK und HYP gegeben	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Kosinus des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>
trigon5	9	Tangens bestimmen, GK und AK gegeben	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Tangens des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>
trigon6	9	Tangens bestimmen, GK und HYP gegeben	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Tangens des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>
trigon7	9	Sinus bestimmen, GK und HYP gegeben, Variante	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Sinus des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>
trigon8	9	Sinus bestimmen, AK und HYP gegeben, Variante	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Sinus des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>
trigon9	9	Sinus bestimmen, AK und HYP gegeben, Variante	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Sinus des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>
trigon10	9	Sinus bestimmen, GK und AK gegeben, Variante	 <p>Das Dreieck ABC ist rechtwinklig. Der Sinus des markierten Winkels beträgt: <input type="text"/></p>

7.17 Potenzrechnung

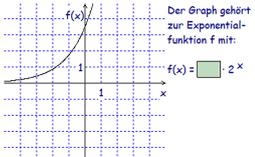
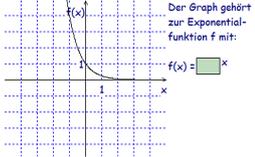
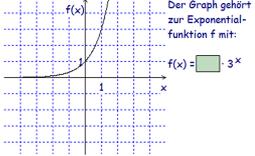
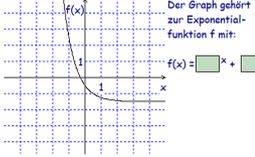
Potenzrechnung

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
potenz1v	10	Produkte von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, positive Exponenten	$3^5 \cdot 3^2 = 3^{\quad}$
potenz1r	10	Produkte von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, positive Exponenten, Umkehrung	$7^8 \cdot 7^{\quad} = 7^{14}$
potenz2v	10	Produkte von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, auch negative Exponenten	$4^{-5} \cdot 4^3 = 4^{\quad}$
potenz2r	10	Produkte von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, auch negative Exponenten, Umkehrung	$9^2 \cdot 9^{\quad} = 9^{-6}$
potenz3v	10	Quotienten von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, positive Exponenten	$3^5 : 3^2 = 3^{\quad}$
potenz3r	10	Quotienten von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, positive Exponenten, Umkehrung	$7^8 : 7^{\quad} = 7^2$
potenz4v	10	Quotienten von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, auch negative Exponenten	$4^{-5} : 4^3 = 4^{\quad}$
potenz4r	10	Quotienten von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, auch negative Exponenten, Umkehrung	$9^2 : 9^{\quad} = 9^{-6}$
potenz5v	10	Zehnerpotenzen umschreiben	$10^{-5} = \quad$
potenz5r	10	Zehnerpotenzen umschreiben, Umkehrung	$1000 = 10^{\quad}$

potenz6	10	Brüche in Zehnerpotenzen umschreiben	$\frac{1}{10000} = 10^{-4}$
potenz7	10	Dezimalbrüche in Zehnerpotenzen umschreiben	$0,01 = 10^{-2}$
potenz8	10	Produkte von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, wobei eine Potenz einen gebrochenen Exponenten besitzt	$x^6 \cdot \sqrt{x} = x^{6,5}$
potenz9	10	Quotienten von Potenzen mit gleicher Basis berechnen, wobei eine Potenz einen gebrochenen Exponenten besitzt	$\sqrt{x} : x^5 = x^{-4,5}$

Exponentialfunktion

7.18 Exponentialfunktion

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
expfkt1	10	Vorfaktor zu 2^x bestimmen	
expfkt2	10	Basis bestimmen	
expfkt3	10	Vorfaktor zu 3^x bestimmen	
expfkt4	10	Basis und vertikale Verschiebung bestimmen	

7.19 Allgemeine Sinusfunktion

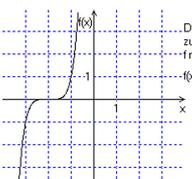
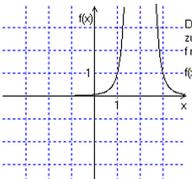
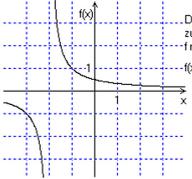
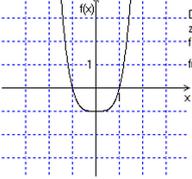
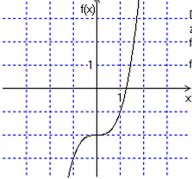
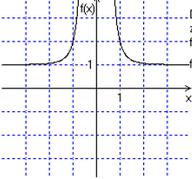
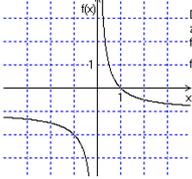
Allgemeine Sinusfunktion

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
sinfkt1	10	Amplitude bestimmen	<p>Der Graph gehört zur Sinusfunktion f mit $f(x) = \sin(x)$</p>
sinfkt2	10	vertikale Verschiebung bestimmen	<p>Der Graph gehört zur Sinusfunktion f mit $f(x) = \sin(x) + \dots$</p>
sinfkt3	10	horizontale Verschiebung bestimmen	<p>Der Graph gehört zur Sinusfunktion f mit $f(x) = \sin(x - \dots)$</p>
sinfkt4	10	Kreiszahl bestimmen	<p>Der Graph gehört zur Sinusfunktion f mit $f(x) = \sin(\dots \cdot x)$</p>
sinfkt5	10	Amplitude und Kreiszahl bestimmen	<p>Der Graph gehört zur Sinusfunktion f mit $f(x) = \sin(\dots \cdot x)$</p>
sinfkt6	10	Kreiszahl und horizontale Verschiebung bestimmen	<p>Der Graph gehört zur Sinusfunktion f mit $f(x) = \sin(\dots \cdot (x - \dots))$</p>

7.20 Potenzfunktionen

Potenzfunktionen

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
potenzfkt1	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (gerader, positiver Exponent)	
potenzfkt2	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (ungerader, positiver Exponent)	
potenzfkt3	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (gerader, negativer Exponent)	
potenzfkt4	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (ungerader, negativer Exponent)	
potenzfkt5	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (gerader, positiver Exponent; seitlich verschoben)	

potenzfkt6	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (ungerader, positiver Exponent; seitlich verschoben)	 <p>Der Graph gehört zur Potenzfunktion f mit $f(x) = (x + \text{■})^3$</p>
potenzfkt7	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (gerader, negativer Exponent; seitlich verschoben)	 <p>Der Graph gehört zur Potenzfunktion f mit $f(x) = (x + \text{■})^3$</p>
potenzfkt8	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (ungerader, negativer Exponent; seitlich verschoben)	 <p>Der Graph gehört zur Potenzfunktion f mit $f(x) = (x + \text{■})^3$</p>
potenzfkt9	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (gerader, positiver Exponent; in der Höhe verschoben)	 <p>Der Graph gehört zur Potenzfunktion f mit $f(x) = x^3 + \text{■}$</p>
potenzfkt10	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (ungerader, positiver Exponent; in der Höhe verschoben)	 <p>Der Graph gehört zur Potenzfunktion f mit $f(x) = x^3 + \text{■}$</p>
potenzfkt11	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (gerader, negativer Exponent; in der Höhe verschoben)	 <p>Der Graph gehört zur Potenzfunktion f mit $f(x) = x^3 + \text{■}$</p>
potenzfkt12	11	Funktionsterm zum Graphen einer Potenzfunktion aufstellen (ungerader, negativer Exponent; in der Höhe verschoben)	 <p>Der Graph gehört zur Potenzfunktion f mit $f(x) = x^3 + \text{■}$</p>

ableiten und
aufleiten

7.21 Differentialrechnung

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
ableit1v	11	Ableitungsterm zu einem Polynom zweiten Grades bestimmen	Der Ableitungsterm zu $3x^2 - 5x + 2$ lautet \blacksquare .
ableit1r	11	Aufleitungsterm zu einem Polynom ersten Grades bestimmen	\blacksquare ergibt abgeleitet $2x + 9$.
ableit2v	11	Ableitungsterm zu einem Polynom dritten Grades bestimmen	Der Ableitungsterm zu $2x^3 + 5x^2 + 8x + 5$ lautet \blacksquare .
ableit2r	11	Aufleitungsterm zu einem Polynom zweiten Grades bestimmen	\blacksquare ergibt abgeleitet $12x^2 + 6x + 2$.
ableit3v	11	Ableitungsterm zu einem trigonometrischen Term bestimmen	Der Ableitungsterm zu $6 \sin(x) + 9$ lautet \blacksquare .
ableit3r	11	Aufleitungsterm zu einem trigonometrischen Term bestimmen	\blacksquare ergibt abgeleitet $-8 \cdot \sin(x)$.
ableit4v	11	Ableitungsterm zu einem Wurzelterm bestimmen	$\sqrt[3]{x}$ ergibt abgeleitet $\blacksquare x^{\blacksquare}$.
ableit4r	11	Aufleitungsterm zu einem Wurzelterm bestimmen	$\blacksquare \sqrt{x}$ ergibt abgeleitet $\frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{x^{-2}}$.
ableit5v	11	Ableitungsterm zu einem Wurzelterm mit Potenz als Radikanden bestimmen	$\sqrt[3]{x^5}$ ergibt abgeleitet $\blacksquare x^{\blacksquare}$.
ableit5r	11	Aufleitungsterm zu einem Wurzelterm mit Potenz als Radikanden bestimmen	$\blacksquare \sqrt{x^{\blacksquare}}$ ergibt abgeleitet $\frac{7}{5} \cdot \sqrt[5]{x^2}$.
ableit6	11	Wert der Ableitung eines Polynoms zweiten Grades an einer Stelle berechnen	Der Wert der Ableitung von $7x^2 - 5x + 7$ an der Stelle 3 beträgt \blacksquare .
ableit7	11	Wert der Ableitung eines Polynoms dritten Grades an einer Stelle berechnen	Der Wert der Ableitung von $8x^3 - 9x^2 + 10x + 2$ an der Stelle -1 beträgt \blacksquare .

7.22 Integralrechnung

bestimmte
Integrale

Name	Jahr	Fertigkeit	Beispiel
integr1v	12	Bestimmtes Integral zum Integranden $a x$ berechnen	$\int_{-1}^3 2 \cdot x \, dx = \blacksquare$
integr1r	12	Bestimmtes Integral zum Integranden $a x$ berechnen, umgekehrt	$\int_{-1}^{\blacksquare} 2 \cdot x \, dx = 8$
integr2v	12	Bestimmtes Integral zum Integranden $a x^2$ berechnen	$\int_2^4 3 \cdot x^2 \, dx = \blacksquare$
integr2r	12	Bestimmtes Integral zum Integranden $a x^2$ berechnen, umgekehrt	$\int_2^{\blacksquare} 3 \cdot x^2 \, dx = 56$
integr3v	12	Bestimmtes Integral zum Integranden $a x^3$ berechnen	$\int_{-1}^4 8 \cdot x^3 \, dx = \blacksquare$

8 Nachbemerkenngen

8.1 Quellen

- [Bruder 2014] Regina Bruder, Julia Reibold, Tanja Wehrse (Hrsg.): „Binnendifferenziertes Aufgabenmaterial für den Mathematikunterricht der Sek I“, Schroedel, Braunschweig 2014, ISBN 978-3-507-73027-4
- [Bruder 2012] Regina Bruder, Wilhelm Weiskirch (Hrsg.): „CALiMERO — Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren — Methodische und didaktische Handreichung, Band 9“, T^3 Deutschland, Münster 2012
- [Fletcher 2014] Seth Fletcher: „Individuelles Lernen per Computer“, in: „Spektrum der Wissenschaft“, Heft Juli 2014, S. 90
- [Meyer 2013] Jörg Meyer, Florian Leydecker (Hrsg.): „Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht am Beispiel des Schulprojekts MABIKOM“, Schroedel, Braunschweig 2013, ISBN 978-3-507-73034-2
- [Kronenberg 2013] Tom Kronenberg, Lea Willimann, Albrecht Beutelspacher, Laila Popović (Hrsg.): „Mathe macht lustig“, Lappan Verlag, Oldenburg 2012, ISBN 978-3-8303-3320-3

8.2 Zum Üben

„Über Sieg und Niederlage entscheiden fünf Minuten.“ (Admiral Horatio Lord Nelson, 1758 — 1805)

„Am Heimcomputer sitz ich hier und programmier die Zukunft mir.“ (Kraftwerk: „Computerwelt“, 1981)

8.3 Glossar

Kopfübungen bestehen aus Aufgaben aus dem zurückliegenden Mathematikunterricht, die man im Kopf in dem Schuljahrgang lösen können sollte, in dem man sich befindet. *CALiMERO* beschreibt vermischte Kopfübungen als **ritualisierte Lerngelegenheit** für das Wachhalten von mathematischem Grundwissen (vgl. [Bruder 2012], S. 2 und 93f).

Kopfübungen

Als Übungsaufgaben zum **Basiswissen** gelten Aufgaben, die zu einem bestimmten Unterrichtsthema gehören, hilfsmittelfrei gelöst werden können und die dem Einüben von grundlegenden Fertigkeiten, der Festigung von Begriffen und der Verinnerlichung von mathematischen Zusammenhängen im Umfeld dieses Themas dienen. Von *CALiMERO* wird als weiteres Kennzeichen dieser Aufgaben ihre zentrale Bedeutung für ein erfolgreiches Weiterlernen genannt (vgl. [Bruder 2012], S. 2 und 95ff).

Basiswissen

Unter der Bezeichnung *CALiMERO* (**C**omputer-**A**lgebra im **M**athematikun-

CALiMERO

terricht — **E**ntdecken, **R**echnen, **O**rganisieren) wurde ein Projekt des Landes Niedersachsen in Zusammenarbeit mit T^3 Deutschland und der TU Darmstadt durchgeführt, welches in der Zeit von 2005 bis 2013 insgesamt 12 Schüler- und 12 Lehrerhefte mit vollständigen Unterrichtsgängen durch die Mathematik der Mittelstufe (9 Bände, T^3 Deutschland) und Oberstufe (3 Bände, Schroedel) erarbeitete.

MABIKOM

Das niedersächsische Projekt *MABIKOM* (**M**athematische **b**innendifferenzierende **K**ompetenzentwicklung in einem mit neuen Technologien unterstützten **M**athematikunterricht) entwickelte von 2008 bis 2013 Formen und Materialien zur Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht.

LEMAMOP

Im Jahr 2013 wurde in Niedersachsen der Schulversuch *LEMAMOP* ins Leben gerufen. An über fünfzehn Schulen werden dazu Unterrichtsideen zu **L**erngelegenheiten für **M**athematisches **A**rgumentieren, **M**odellieren und **P**roblemlösen entwickelt.

Mathethür

Die Heftreihe *Mathethür* stellt vornehmlich eine Sammlung an *CALiMERO*-Materialien dar, die an den Mathematikunterricht mit *GeoGebra* am Gymnasium Himmelsthür angepasst und ergänzt wurden.

Heft 1: Periodische Vorgänge

Heft 2: Funktionen mit Potenzen

Heft 3: Änderungsraten

Heft 4: Ganzrationale Funktionen

Heft 5: Fraktale — Arbeitsblätter und Hinweise (Projektwoche)

Heft 6: *GeoGebra*-Übungen — Arbeitsblätter und Lösungen

Heft 7: *Cinque minuti* — Bedienungsanleitung und Hinweise

Heft 8: Fünf Fragen — Aufgabenpakete mit Lösungen (Kopfübungen)

Heft 9: Problemlösen

Heft 10: Abitur — Aufgaben zur Vorbereitung auf die Prüfung

Heft 11: Stochastik I (Beschreibende Statistik, Binomialverteilung)

Heft 12: Analytische Geometrie

Heft 13: Der Zauberwürfel — Arbeitsblätter und Hinweise (Projektwoche)

Heft 14: Ähnlichkeit

Heft 15: Analysis I (Kurvenanpassung, Interpolation)

Heft 16: Trigonometrische Beziehungen (Sinus, Kosinus, Tangens)

Heft 17: Stochastik II (Beurteilende Statistik, Normalverteilung)